

MAT 479 Dönüşümler ve Geometrilere Dersi Arasınay Soruları (01.12.2020)

**Soru 1:**  $T \dots \begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 3 \end{cases}$  ötelemesi veriliyor.  $y^2 + 2y - x = 0$  eğrisinin T altındaki görüntüsünün denklemini bulunuz ve her iki eğrinin de grafiğini çiziniz

**Soru 2:** Bir dönmenin dönme açısı  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  ise bu dönme her doğruyu kendine dik bir doğruya dönüştürür, gösteriniz.

**Soru 3:** (1,2) noktasını (-1,5) noktasına götüren iki katı hareket bulunuz.

**Soru 4:** Öyle iki dönme bulunuz ki bileşkeleri

$$T \dots \begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 3 \end{cases}$$

olsun.

Not: Sorular eşit puanlı ve süre 75 dakikadır. Başarılar.

Prof. Dr. İsmail Aydemir

## CEVAP ANAHTARI

$$1) T \dots \begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 3 \end{cases} \Rightarrow T^{-1} \dots \begin{cases} x = x' + 1 \\ y = y' - 3 \end{cases}$$

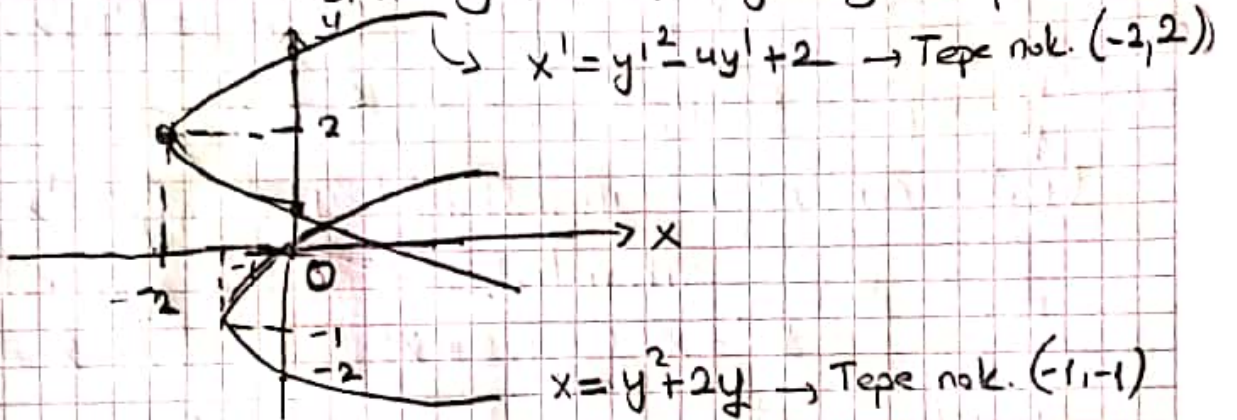
$y^2 + 2y - x = 0 \Rightarrow x = y^2 + 2y$  olur.  $x$  ve  $y$  değerlerini yerine yazarsak

$$(y' - 3)^2 + 2(y' - 3) - (x' - 1) = 0$$

$$\Rightarrow y'^2 - 6y' + 9 + 2y' - 6 - x' + 1 = 0$$

$$\Rightarrow y'^2 - 4y' - x' + 2 = 0 \Rightarrow x' = y'^2 - 4y' + 2 \text{ olur.}$$

Buna göre esas eğri  $x = y^2 + 2y$  parabolü  
resim eğri  $x' = y'^2 - 4y' + 2$  parabolüdür.



$$2) \begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases} \text{ ve } \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow R_0 \dots \begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$$

$y = mx + n$  doğrusunu olalım ve  $d$  diyelim  
 $d$  doğrusunun resmi  $d'$  ise  $d'$   $R_0$  dan

$$-x' = my' + n, \quad (m \neq 0)$$

$$\Rightarrow y' = -\frac{1}{m}x' - \frac{n}{m} \text{ bulunur.}$$

$$m_d = m \text{ ve } m_{d'} = -\frac{1}{m} \quad m_d m_{d'} = -1$$

old. dan  $d \perp d'$  dir. (Not: Dönme genel de alınır)

3)  $A(x, y)$  noktasını  $A'(x', y')$  noktasına götüren  
 kartı hareketlerden biri öteleme diğeri dönme  
 merkezi  $(h, k) = \left(\frac{x+x'}{2}, \frac{y+y'}{2}\right)$  ve dönme açısı  
 $\alpha = \pi$  olan dönmedir.

$$T \dots \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} \text{ ve } \begin{cases} A(x, y) = (1, 2) \\ A'(x', y') = (-1, 5) \end{cases} \text{ old. dan}$$

$$\begin{aligned} -1 = 1 + a &\Rightarrow a = -2 \\ 5 = 2 + b &\Rightarrow b = 3 \end{aligned} \Rightarrow T \dots \begin{cases} x' = x - 2 \\ y' = y + 3 \end{cases} \text{ dir.}$$

Şimdi dönme denklemini bulalım.

$$\alpha = \pi \text{ ve } (h, k) = \left(\frac{1-1}{2}, \frac{2+5}{2}\right) = \left(0, \frac{7}{2}\right) \text{ dir.}$$

$$R_{\left(0, \frac{7}{2}\right)} \dots \begin{cases} x' = x \cos \pi - y \sin \pi + 0(1 - \cos \pi) + \frac{7}{2} \sin \pi \\ y' = x \sin \pi + y \cos \pi + \frac{7}{2}(1 - \cos \pi) - 0 \sin \pi \end{cases}$$

$$R_{\left(0, \frac{7}{2}\right)} \dots \begin{cases} x' = -x \\ y' = -y + 7 \end{cases} \quad \begin{aligned} \cos \pi &= -1, & h &= 0 \\ \sin \pi &= 0, & k &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

4) Orijin etrafında  $\alpha_1$  açılı  $R_0$  dönmesi ile  $O'(h,k)$  noktası etrafında  $\alpha_2$  açılı  $R$  dönmesi  $\alpha_1 + \alpha_2 = 2\pi$  olacak şekilde seçilirse  $R_0 R = T$  olur. O halde

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} \text{ ve } \alpha_2 = \frac{3\pi}{2} \text{ alalım. } (\alpha_1 + \alpha_2 = 2\pi \text{ olur})$$

$$R_0 \begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases}, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$R_0 \begin{cases} x'' = -y' \\ y'' = x' \end{cases}$$

$O'(h,k)$  noktası etrafında  $\alpha_2 = \frac{3\pi}{2}$  açılı dönme

$$R \begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha + h(1 - \cos \alpha) + k \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha + k(1 - \cos \alpha) - h \sin \alpha \end{cases}$$

$$R \begin{cases} x' = y + h - k \\ y' = -x + k + h \end{cases}, \text{ R yi } R_0 \text{ da yerine yazarsak}$$

$$R_0 R \begin{cases} x' = x - k - h \\ y' = y + h - k \end{cases} = T \begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 3 \end{cases} \text{ old. dan}$$

$$\begin{aligned} -k - h &= 2 \\ h - k &= -3 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} h &= -\frac{5}{2} \\ k &= \frac{1}{2} \end{aligned} \text{ bulunur.}$$

O halde

O noktası etrafında  $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$   $R_0$  dönmesi ve  $O'(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$  noktası etrafında  $\alpha_2 = \frac{3\pi}{2}$  açılı  $R$  dönmesinin bileşkesi istenilen  $T$  telenedir.

$$R_0 \begin{cases} x'' = -y' \\ y'' = x' \end{cases} \quad R \begin{cases} x' = y - 3 \\ y' = -x - 2 \end{cases}$$